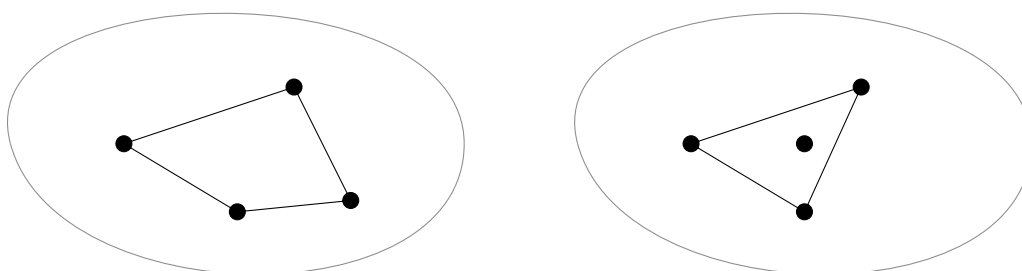


O trabalho pode ser feito em grupos de até duas pessoas. As soluções devem apresentar o todo o código da linguagem utilizada do desenvolvimento. O código deve estar devidamente comentado e organizado. Recomenda-se que o trabalho seja feito em Rmarkdown usando as classes de documentos pdf_document ou html_document.

1. Seja K um subconjunto convexo do plano com interior não vazio. Denote por $\Pr(K)$ a probabilidade de 4 pontos obtidos independente e uniformemente em K serem os vértices de um quadrilátero convexo. A figura da esquerda ilustra o evento de interesse enquanto que a da direita não.



Escreva funções para a) gerar n pontos com distribuição uniforme dentro de um círculo de raio unitário e b) testar se 4 pontos determinam os vértices de um quadrilátero convexo. Empregue estas funções para estimar $\Pr(K)$ por simulação ($N = 100000$, no mínimo). Implemente o método congruencial para geração de números uniformes.

2. Faça funções para geração de números aleatórios das seguintes distribuições utilizando o método da transformação integral da probabilidade.

a) Poisson

$$f(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad \lambda > 0.$$

b) Trapezoidal

$$f(x; a, b, c, d) = \begin{cases} h \cdot \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ h, & b \leq x < c \\ h \cdot \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x < d \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases}$$

em que $h = 2 \cdot (d + c - b - a)^{-1}$ e $a < b < c < d$.

c) Logística

$$f(x; \mu, s) = \frac{e^{-\frac{x-\mu}{s}}}{s \left(1 + e^{-\frac{x-\mu}{s}}\right)^2}.$$

d) Kumaraswamy

$$f(x; a, b) = abx^{a-1}(1-x^a)^{b-1}, \quad x \in [0, 1], a > 0, b > 0.$$

Para cada uma das distribuições, implemente a função para gerar números aleatórios. Verifique a qualidade do gerador com gráficos da distribuição acumulada empírica e teórica, gráficos PP-plot e QQ-plot.