

# Gráfico de Controle para Atributos

Prof. Walmes Zeviani

# Quando Usar?

- ▶ Existem medidas de qualidade não descritas por escalas contínuas.

# Quando Usar?

- ▶ Existem medidas de qualidade não descritas por escalas contínuas.
- ▶ São igualmente ou até mais percebidas pelo consumidor.

## Quando Usar?

- ▶ Existem medidas de qualidade não descritas por escalas contínuas.
- ▶ São igualmente ou até mais percebidas pelo consumidor.
- ▶ Por exemplo, o item pode ser defeituoso/não defeituoso.

## Quando Usar?

- ▶ Existem medidas de qualidade não descritas por escalas contínuas.
- ▶ São igualmente ou até mais percebidas pelo consumidor.
- ▶ Por exemplo, o item pode ser defeituoso/não defeituoso.
- ▶ É mais comum não conforme/conforme.

# Quando Usar?

- ▶ Existem medidas de qualidade não descritas por escalas contínuas.
- ▶ São igualmente ou até mais percebidas pelo consumidor.
- ▶ Por exemplo, o item pode ser defeituoso/não defeituoso.
- ▶ É mais comum não conforme/conforme.
- ▶ São chamadas de atributos.

# Quando Usar?

- ▶ Existem medidas de qualidade não descritas por escalas contínuas.
- ▶ São igualmente ou até mais percebidas pelo consumidor.
- ▶ Por exemplo, o item pode ser defeituoso/não defeituoso.
- ▶ É mais comum não conforme/conforme.
- ▶ São chamadas de atributos.

# Quando Usar?

- ▶ Existem medidas de qualidade não descritas por escalas contínuas.
- ▶ São igualmente ou até mais percebidas pelo consumidor.
- ▶ Por exemplo, o item pode ser defeituoso/não defeituoso.
- ▶ É mais comum não conforme/conforme.
- ▶ São chamadas de atributos.

## Serão vistos

- ▶ Gráfico de Controle para a Fração Não Conforme.
- ▶ Gráfico de Controle para a Não Conformidades.

# A Fração Não Conforme

- ▶ Atributos são baseados em levantamento (contagem) e não em medições.

# A Fração Não Conforme

- ▶ Atributos são baseados em levantamento (contagem) e não em medições.
- ▶ Fração não conforme é  $p = \frac{\text{\# itens não conformes}}{\text{\# total de itens}}$ .

# A Fração Não Conforme

- ▶ Atributos são baseados em levantamento (contagem) e não em medições.
- ▶ Fração não conforme é  $p = \frac{\text{\# itens não conformes}}{\text{\# total de itens}}$ .
- ▶ Estar conforme pode considerar várias características simultâneas.

# A Fração Não Conforme

- ▶ Atributos são baseados em levantamento (contagem) e não em medições.
- ▶ Fração não conforme é  $p = \frac{\text{\# itens não conformes}}{\text{\# total de itens}}$ .
- ▶ Estar conforme pode considerar várias características simultâneas.
- ▶ Não satisfazer pelo menos uma implica em ser não conforme.

# A Fração Não Conforme

- ▶ Atributos são baseados em levantamento (contagem) e não em medições.
- ▶ Fração não conforme é  $p = \frac{\text{\# itens não conformes}}{\text{\# total de itens}}$ .
- ▶ Estar conforme pode considerar várias características simultâneas.
- ▶ Não satisfazer pelo menos uma implica em ser não conforme.
- ▶  $p$  pode ser expresso  $0 \leq p \leq 1$ .

# A Fração Não Conforme

- ▶ Atributos são baseados em levantamento (contagem) e não em medições.
- ▶ Fração não conforme é  $p = \frac{\text{\# itens não conformes}}{\text{\# total de itens}}$ .
- ▶ Estar conforme pode considerar várias características simultâneas.
- ▶ Não satisfazer pelo menos uma implica em ser não conforme.
- ▶  $p$  pode ser expresso  $0 \leq p \leq 1$ .
- ▶  $p$  pode ser expresso em porcentagem,  $0 \leq p \leq 100\%$ , pois é mais indicado para comunicação (relatórios, etc).

# A Fração Não Conforme

- ▶ Atributos são baseados em levantamento (contagem) e não em medições.
- ▶ Fração não conforme é  $p = \frac{\text{\# itens não conformes}}{\text{\# total de itens}}$ .
- ▶ Estar conforme pode considerar várias características simultâneas.
- ▶ Não satisfazer pelo menos uma implica em ser não conforme.
- ▶  $p$  pode ser expresso  $0 \leq p \leq 1$ .
- ▶  $p$  pode ser expresso em porcentagem,  $0 \leq p \leq 100\%$ , pois é mais indicado para comunicação (relatórios, etc).
- ▶ Pode-se avaliar os itens conformes, é equivalente.

# A Distribuição Binomial

- ▶ Procedimentos são baseados na distribuição binomial.

# A Distribuição Binomial

- ▶ Procedimentos são baseados na distribuição binomial.
- ▶ Cada item produzido é um ensaio Bernoulli.

# A Distribuição Binomial

- ▶ Procedimentos são baseados na distribuição binomial.
- ▶ Cada item produzido é um ensaio Bernoulli.
- ▶ Assume que a probabilidade de defeito é constante.

# A Distribuição Binomial

- ▶ Procedimentos são baseados na distribuição binomial.
- ▶ Cada item produzido é um ensaio Bernoulli.
- ▶ Assume que a probabilidade de defeito é constante.
- ▶ Assume que itens são idenpendentes.

# A Distribuição Binomial

- ▶ Procedimentos são baseados na distribuição binomial.
- ▶ Cada item produzido é um ensaio Bernoulli.
- ▶ Assume que a probabilidade de defeito é constante.
- ▶ Assume que itens são idenpendentes.
- ▶ Portanto, o número de itens não conformes ( $D$ ) é binomial.

# A Distribuição Binomial

- ▶ Procedimentos são baseados na distribuição binomial.
- ▶ Cada item produzido é um ensaio Bernoulli.
- ▶ Assume que a probabilidade de defeito é constante.
- ▶ Assume que itens são idenpendentes.
- ▶ Portanto, o número de itens não conformes (D) é binomial.
- ▶ Seja o D o número de itens não conformes numa a.a. de n, então

$$\Pr(D = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}.$$

# A Distribuição Binomial

- ▶ Procedimentos são baseados na distribuição binomial.
- ▶ Cada item produzido é um ensaio Bernoulli.
- ▶ Assume que a probabilidade de defeito é constante.
- ▶ Assume que itens são idenpendentes.
- ▶ Portanto, o número de itens não conformes (D) é binomial.
- ▶ Seja o D o número de itens não conformes numa a.a. de n, então

$$\Pr(D = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}.$$

- ▶  $E(D) = np$ .

# A Distribuição Binomial

- ▶ Procedimentos são baseados na distribuição binomial.
- ▶ Cada item produzido é um ensaio Bernoulli.
- ▶ Assume que a probabilidade de defeito é constante.
- ▶ Assume que itens são idenpendentes.
- ▶ Portanto, o número de itens não conformes (D) é binomial.
- ▶ Seja o D o número de itens não conformes numa a.a. de n, então

$$\Pr(D = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}.$$

- ▶  $E(D) = np$ .
- ▶  $V(D) = np(1 - p)$ .

# A Fração Não Conforme na Amostra

- ▶ A fração não conforme é  $\hat{p} = \frac{D}{n}$ .

# A Fração Não Conforme na Amostra

- ▶ A fração não conforme é  $\hat{p} = \frac{D}{n}$ .
- ▶ A distribuição amostral de  $\hat{p}$  vem da binomial de  $D$ , assim

# A Fração Não Conforme na Amostra

- ▶ A fração não conforme é  $\hat{p} = \frac{D}{n}$ .
- ▶ A distribuição amostral de  $\hat{p}$  vem da binomial de  $D$ , assim
- ▶  $E(\hat{p}) = p$ .

# A Fração Não Conforme na Amostra

- ▶ A fração não conforme é  $\hat{p} = \frac{D}{n}$ .
- ▶ A distribuição amostral de  $\hat{p}$  vem da binomial de  $D$ , assim
- ▶  $E(\hat{p}) = p$ .
- ▶  $V(\hat{p}) = \frac{p(1-p)}{n}$ .

# A Fração Não Conforme na Amostra

- ▶ A fração não conforme é  $\hat{p} = \frac{D}{n}$ .
- ▶ A distribuição amostral de  $\hat{p}$  vem da binomial de  $D$ , assim
- ▶  $E(\hat{p}) = p$ .
- ▶  $V(\hat{p}) = \frac{p(1-p)}{n}$ .
- ▶ Essas informações são usadas para construir o gráfico de controle.

# Gráfico de Controle para a Fração Não Conforme

- ▶ Seja  $p$  a verdadeira fração não conforme ou um valor alvo.

# Gráfico de Controle para a Fração Não Conforme

- ▶ Seja  $p$  a verdadeira fração não conforme ou um valor alvo.
- ▶ O gráfico de controle tem limites:

# Gráfico de Controle para a Fração Não Conforme

- ▶ Seja  $p$  a verdadeira fração não conforme ou um valor alvo.
- ▶ O gráfico de controle tem limites:
  - ▶  $LC = p$

# Gráfico de Controle para a Fração Não Conforme

- ▶ Seja  $p$  a verdadeira fração não conforme ou um valor alvo.
- ▶ O gráfico de controle tem limites:
  - ▶  $LC = p$
  - ▶  $LIC = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

# Gráfico de Controle para a Fração Não Conforme

- ▶ Seja  $p$  a verdadeira fração não conforme ou um valor alvo.
- ▶ O gráfico de controle tem limites:
  - ▶  $LC = p$
  - ▶  $LIC = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$
  - ▶  $LSC = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

# Gráfico de Controle para a Fração Não Conforme

- ▶ Seja  $p$  a verdadeira fração não conforme ou um valor alvo.
- ▶ O gráfico de controle tem limites:
  - ▶  $LC = p$
  - ▶  $LIC = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$
  - ▶  $LSC = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$
- ▶ Retirar  $m$  amostras de  $n$  elementos a fazer o gráfico.

# Gráfico de Controle para a Fração Não Conforme

- ▶ Quando não há um valor de  $p$ , pode-se considerar a amostra para estimá-lo.

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^m p_i / n.$$

# Gráfico de Controle para a Fração Não Conforme

- ▶ Quando não há um valor de  $p$ , pode-se considerar a amostra para estimá-lo.

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^m p_i / n.$$

- ▶ Os limites são função de  $\bar{p}$ :

# Gráfico de Controle para a Fração Não Conforme

- ▶ Quando não há um valor de  $p$ , pode-se considerar a amostra para estimá-lo.

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^m p_i/n.$$

- ▶ Os limites são função de  $\bar{p}$ :
  - ▶  $LC = \bar{p}$

# Gráfico de Controle para a Fração Não Conforme

- ▶ Quando não há um valor de  $p$ , pode-se considerar a amostra para estimá-lo.

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^m p_i / n.$$

- ▶ Os limites são função de  $\bar{p}$ :

- ▶  $LC = \bar{p}$

- ▶  $LIC = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

# Gráfico de Controle para a Fração Não Conforme

- ▶ Quando não há um valor de  $p$ , pode-se considerar a amostra para estimá-lo.

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^m p_i / n.$$

- ▶ Os limites são função de  $\bar{p}$ :

- ▶  $LC = \bar{p}$

- ▶  $LIC = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

- ▶  $LSC = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

# Cuidados

- ▶ Os limites baseados na amostra são tentativos ou candidatos.

# Cuidados

- ▶ Os limites baseados na amostra são tentativos ou candidatos.
- ▶ Só devem ser usados se não apresentar fuga de controle.

# Cuidados

- ▶ Os limites baseados na amostra são tentativos ou candidatos.
- ▶ Só devem ser usados se não apresentar fuga de controle.
- ▶ Pontos anômalos devem ser investigados, explicados e removidos.

# Cuidados

- ▶ Os limites baseados na amostra são tentativos ou candidatos.
- ▶ Só devem ser usados se não apresentar fuga de controle.
- ▶ Pontos anômalos devem ser investigados, explicados e removidos.
- ▶ Ao recalcular os limites de controle, pode-se incluir novas amostras.

# Cuidados

- ▶ Os limites baseados na amostra são tentativos ou candidatos.
- ▶ Só devem ser usados se não apresentar fuga de controle.
- ▶ Pontos anômalos devem ser investigados, explicados e removidos.
- ▶ Ao recalcular os limites de controle, pode-se incluir novas amostras.
- ▶ Cuidados quando usar um  $p$  alvo

# Cuidados

- ▶ Os limites baseados na amostra são tentativos ou candidatos.
- ▶ Só devem ser usados se não apresentar fuga de controle.
- ▶ Pontos anômalos devem ser investigados, explicados e removidos.
- ▶ Ao recalcular os limites de controle, pode-se incluir novas amostras.
- ▶ Cuidados quando usar um  $p$  alvo
  - ▶ Raramente o  $p$  é conhecido.

# Cuidados

- ▶ Os limites baseados na amostra são tentativos ou candidatos.
- ▶ Só devem ser usados se não apresentar fuga de controle.
- ▶ Pontos anômalos devem ser investigados, explicados e removidos.
- ▶ Ao recalcular os limites de controle, pode-se incluir novas amostras.
- ▶ Cuidados quando usar um  $p$  alvo
  - ▶ Raramente o  $p$  é conhecido.
  - ▶ Facilmente o valor usado pode ser otimista demais.

# Cuidados

- ▶ Os limites baseados na amostra são tentativos ou candidatos.
- ▶ Só devem ser usados se não apresentar fuga de controle.
- ▶ Pontos anômalos devem ser investigados, explicados e removidos.
- ▶ Ao recalcular os limites de controle, pode-se incluir novas amostras.
- ▶ Cuidados quando usar um  $p$  alvo
  - ▶ Raramente o  $p$  é conhecido.
  - ▶ Facilmente o valor usado pode ser otimista demais.
  - ▶ O processo pode estar em controle num nível diferente de  $\bar{p}$  distante de  $p$ .

# Cuidados

- ▶ Os limites baseados na amostra são tentativos ou candidatos.
- ▶ Só devem ser usados se não apresentar fuga de controle.
- ▶ Pontos anômalos devem ser investigados, explicados e removidos.
- ▶ Ao recalcular os limites de controle, pode-se incluir novas amostras.
- ▶ Cuidados quando usar um  $p$  alvo
  - ▶ Raramente o  $p$  é conhecido.
  - ▶ Facilmente o valor usado pode ser otimista demais.
  - ▶ O processo pode estar em controle num nível diferente de  $\bar{p}$  distante de  $p$ .
  - ▶ Nem sempre é possível controlar  $p$  com as variáveis de entrada, então é melhor usar  $\bar{p}$ .

# Aplicações

► 05\_atribut.R

# Planejamento do Gráfico de Controle

- ▶ Definir:

# Planejamento do Gráfico de Controle

- ▶ Definir:
  - ▶ Tamanho da amostra ( $n$ )

# Planejamento do Gráfico de Controle

- ▶ Definir:
  - ▶ Tamanho da amostra ( $n$ )
  - ▶ Intervalo de amostragem

# Planejamento do Gráfico de Controle

- ▶ Definir:
  - ▶ Tamanho da amostra ( $n$ )
  - ▶ Intervalo de amostragem
  - ▶ Distância entre os limites (e.g.  $3\sigma$ )

# Planejamento do Gráfico de Controle

- ▶ Definir:
  - ▶ Tamanho da amostra ( $n$ )
  - ▶ Intervalo de amostragem
  - ▶ Distância entre os limites (e.g.  $3\sigma$ )
- ▶ A taxa de produção pode fixar o  $n$ .

# Planejamento do Gráfico de Controle

- ▶ Definir:
  - ▶ Tamanho da amostra ( $n$ )
  - ▶ Intervalo de amostragem
  - ▶ Distância entre os limites (e.g.  $3\sigma$ )
- ▶ A taxa de produção pode fixar o  $n$ .
- ▶ Não esquecer de coletar amostras em grupos racionais.

# Planejamento do Gráfico de Controle

- ▶ Definir:
  - ▶ Tamanho da amostra ( $n$ )
  - ▶ Intervalo de amostragem
  - ▶ Distância entre os limites (e.g.  $3\sigma$ )
- ▶ A taxa de produção pode fixar o  $n$ .
- ▶ Não esquecer de coletar amostras em grupos racionais.
- ▶ A escolha do  $n$  depende do  $p$ .

# Planejamento do Gráfico de Controle

- ▶ Definir:
  - ▶ Tamanho da amostra ( $n$ )
  - ▶ Intervalo de amostragem
  - ▶ Distância entre os limites (e.g.  $3\sigma$ )
- ▶ A taxa de produção pode fixar o  $n$ .
- ▶ Não esquecer de coletar amostras em grupos racionais.
- ▶ A escolha do  $n$  depende do  $p$ .
- ▶ Se  $p$  pequeno, o  $n$  deve ser grande para detectar itens não conformes.

# Tamanho de Amostra

- Considere o problema de definir o tamanho da amostra para que a probabilidade de encontrar um item defeituoso seja de pelo menos  $0 < \gamma < 1$ , ou seja

$$\Pr(D \geq 1) \geq \gamma.$$

# Tamanho de Amostra

- ▶ Considere o problema de definir o tamanho da amostra para que a probabilidade de encontrar um item defeituoso seja de pelo menos  $0 < \gamma < 1$ , ou seja

$$\Pr(D \geq 1) \geq \gamma.$$

- ▶ Considerando a aproximação da binomial pela Poisson, faz-se  $\lambda = np$ .

# Tamanho de Amostra

- ▶ Considere o problema de definir o tamanho da amostra para que a probabilidade de encontrar um item defeituoso seja de pelo menos  $0 < \gamma < 1$ , ou seja

$$\Pr(D \geq 1) \geq \gamma.$$

- ▶ Considerando a aproximação da binomial pela Poisson, faz-se  $\lambda = np$ .
- ▶  $\Pr(X \geq 1) = 1 - \Pr(X = 0) = 1 - \frac{e^{-\lambda} \lambda^0}{0!} = 1 - e^{-\lambda}.$

# Tamanho de Amostra

- ▶ Considere o problema de definir o tamanho da amostra para que a probabilidade de encontrar um item defeituoso seja de pelo menos  $0 < \gamma < 1$ , ou seja

$$\Pr(D \geq 1) \geq \gamma.$$

- ▶ Considerando a aproximação da binomial pela Poisson, faz-se  $\lambda = np$ .
- ▶  $\Pr(X \geq 1) = 1 - \Pr(X = 0) = 1 - \frac{e^{-\lambda} \lambda^0}{0!} = 1 - e^{-\lambda}.$
- ▶ Se  $1 - e^{-\lambda} = \gamma$ , então  $\lambda = -\log(1 - \gamma).$

# Tamanho de Amostra

- ▶ Considere o problema de definir o tamanho da amostra para que a probabilidade de encontrar um item defeituoso seja de pelo menos  $0 < \gamma < 1$ , ou seja

$$\Pr(D \geq 1) \geq \gamma.$$

- ▶ Considerando a aproximação da binomial pela Poisson, faz-se  $\lambda = np$ .
- ▶  $\Pr(X \geq 1) = 1 - \Pr(X = 0) = 1 - \frac{e^{-\lambda} \lambda^0}{0!} = 1 - e^{-\lambda}.$
- ▶ Se  $1 - e^{-\lambda} = \gamma$ , então  $\lambda = -\log(1 - \gamma).$
- ▶ Como  $\lambda = np$ , logo  $n = \lambda/p.$